



# DNS による複雑地形を過ぎる安定成層流の風況予測

## — 矩形格子系と一般曲線格子系との比較 —

内 田 孝 紀\* 大 屋 裕 二†

### 概 要

デカルト座標系のもとで、矩形格子近似法で表現した複雑地形を過ぎる安定成層流の有効な計算コードを開発した。本報ではまず、不等間隔・レギュラー格子を用いた計算を行なった。計算コードの精度を検証するために、複雑地形の一要素を構成すると考えられる孤立峰を対象とした計算を行なった。計算結果の評価は多方向差分法を施した BFC・レギュラー格子の計算結果および密度成層水槽による可視化実験と比較することで行なった。大域的な流れの挙動は非常に良く一致しており、本計算コードの有効性が確認された。さらに、本計算コードを人工的に作成した複雑地形モデルに適用した。その結果、安定成層流に特有な現象を捉えることが出来た。次に、孤立峰を対象に不等間隔・スタッガード格子を用いた計算を行なった。計算結果は解の空間的振動が避けられ、かつ多方向差分法を施した BFC・レギュラー格子の計算結果および密度成層水槽による可視化実験とより良い一致を示し、不等間隔・レギュラー格子の計算結果と比較して改善が見られた。

**Key words:** Finite-difference method, DNS, Cartesian nonuniform grid, Stably stratified flow, Isolated hill, Complex terrain

### 1. は じ め に

大気境界層は鉛直方向に密度が変化する成層状態にあり、その安定度に依存して昼間の対流混合層、夜間の安定成層および強風時の中立成層に大別される。特に夜間の安定成層状態では汚染物質の長距離輸送や局地強風災害等が報告されており、最重要研究課題の一つである。従来から地面上の物体周りの安定成層流に関する実験的研究<sup>1)</sup>は数多く報告されているが、数値的研究<sup>2)</sup>は比較的少なく未だ十分な精度をもった数値計算法は確立されていない。さらに、現実中存在している地形や建築物等は3次元としての複雑地形を構成していることを考えると、より実用的な3次元数値計算法の確立が望まれる。

複雑地形を過ぎる安定成層流を差分法により数値計算する場合、一般曲線座標系（あるいは境界適合

\*九州大学大学院，総合理工学研究科，大気海洋環境システム学専攻，博士課程2年

†九州大学教授，応用力学研究所

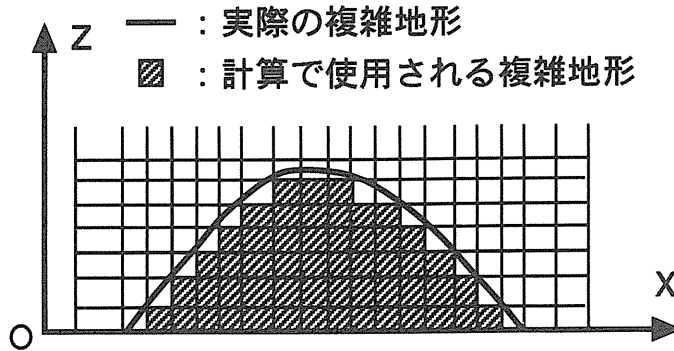


図1 矩形格子近似法概念図。

座標系，以下“BFC”と略す）等を用いて地形表面に精度良く引き付けた計算格子を生成することは非常に困難であり，かなりの時間を要する場合もある．そこで，提案されているのが格子生成が非常に容易であるデカルト座標系の矩形格子を用いて“矩形格子近似法”と呼ばれる手法（図1参照）により物体を表現（マスクング）する方法<sup>3)</sup>である．この手法は原則として滑らかな曲線は表現し得ないが物体が存在していることは表現でき，計算格子を数多く設定することが出来れば曲線的な物体形状も高い精度で近似可能である．将来の計算機メモリ等の性能向上を考えると非常に有効で，かつ汎用性が高い手法であると考えられる．

本研究の目的は，矩形格子近似法で表現した複雑地形を過ぎる安定成層流の精度良い計算コードを開発し，より実用的な数値計算を行なうことである．本報では，研究の第一段階として乱流モデルは考慮せず，直接数値シミュレーション（DNS）により数値解を求める．まず，不等間隔・レギュラー格子を用いた計算結果について示す．計算コードの精度を検証するために，複雑地形の一要素を構成すると考えられる単純地形モデル（孤立峰）を対象とした計算を行なう．計算結果の評価は多方向差分法<sup>3)</sup>を施したBFC・レギュラー格子の計算結果および密度成層水槽による可視化実験と比較することで行なう．その後，本計算コードを人工的に作成した複雑地形モデルへ適用する．次に，孤立峰を対象に不等間隔・スタッガード格子を用いた計算を行ない，不等間隔・レギュラー格子の計算結果等との比較・検討を行なう．

## 2. 流れの支配方程式

流れは非圧縮とし，Boussinesq近似および密度の非拡散を仮定する．よって，本計算での無次元化された支配方程式は以下の(1)–(3)式となる．

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{1}{Re} \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} - \frac{\rho}{Fr^2} \delta_{i3} \quad (2)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + u_j \frac{\partial \rho}{\partial x_j} = w \quad (3)$$

流れの支配方程式（無次元形）.

(2)式中の  $Re$  は Reynolds 数 ( $=\rho_0 U h / \mu$ ),  $Fr$  は Froude 数 ( $=U / N h$ ) である. 但し,  $U$  は一様近寄り流速,  $h$  は物体高さ,  $\mu$  は粘性係数,  $N$  は浮力振動数 ( $N^2 = -(g/\rho_0)(d\rho/dz)$ ,  $g$  は重力加速度,  $\rho_0$  は基準密度) である.

### 3. 不等間隔・レギュラー格子を用いた計算

#### 3.1 数値計算法

(1)–(3)式に矩形格子では  $x=x(\xi)$  等, BFC では  $x=x(\xi, \eta, \zeta)$  等の座標変換を導入して差分法により離散化を行ない数値解を求める. (2)式および(3)式の時間積分法は1次の Euler 陽解法を基礎とした Fractional-Step 法である. 空間項の離散化は(2)式および(3)式の移流項に関しては3次精度風上差分法 (K-K スキーム), 残りの全ての空間項は2次精度中心差分で近似する. 圧力の Poisson 方程式は各タイムステップごとに SOR 法により反復計算される. また, BFC・レギュラー格子の計算では, 全ての空間項に多方向差分法<sup>3)</sup>を導入する. 初期条件は impulsive-start である. 速度の境界条件は物体上流で一様流速  $(1, 0, 0)$  を与え, 左右境界および上部境界も  $(1, 0, 0)$  で移動するものとする. 物体下流は一様流速  $U$  を用いる Sommerfeld の放射条件とし, 矩形格子近似法で表現された物体形状には物体内に含まれる格子点上に流速ゼロの条件を課す. これにより速度場, 圧力場および密度場は物体領域および流体領域を意識することなく解かれる. 圧力の境界条件は地面上では(2)式に流速ゼロを代入して得られる式の1次片側差分式を与え, その他の境界は全て Neumann 条件とする. 密度に関しては物体上流で基本場からのずれをゼロとし, その他の境界は全て Neumann 条件とする.

#### 3.2 単純地形モデル（孤立峰）の計算

図2に矩形格子およびBFCにおける計算領域を示す. 計算格子は  $x$  軸,  $y$  軸,  $z$  軸方向に各々  $121 \times 71 \times 31$  点である. 物体形状はBFCの計算では  $z(r) = 1/(1+r^4)$  (但し,  $r$  は物体中心からの距離) で近似されるベル形状とし, 矩形格子の計算ではBFCのベル形状を矩形格子近似法で表現したものである. 物体頂部での最小格子幅  $\Delta z$  は双方の計算格子とも一致している. 図3に物体形状を示す.

まず,  $Re=1000$  のもとで中立流および安定成層流 ( $Fr=0.2$ ) の計算を行う. 次に, 安定成層流 ( $Fr=2.2$  ( $Re=1600$ ),  $1.5$  ( $Re=1000$ ),  $0.5$  ( $Re=360$ )) の3ケースについて計算を行う (但し, Reynolds 数は密度成層水槽による可視化実験に対応している). 無次元時間刻み  $\Delta t$  は  $0.01$  である. 計算結果の評価は多方向差分法を施したBFC・レギュラー格子の計算結果および密度成層水槽による可視化実験と比

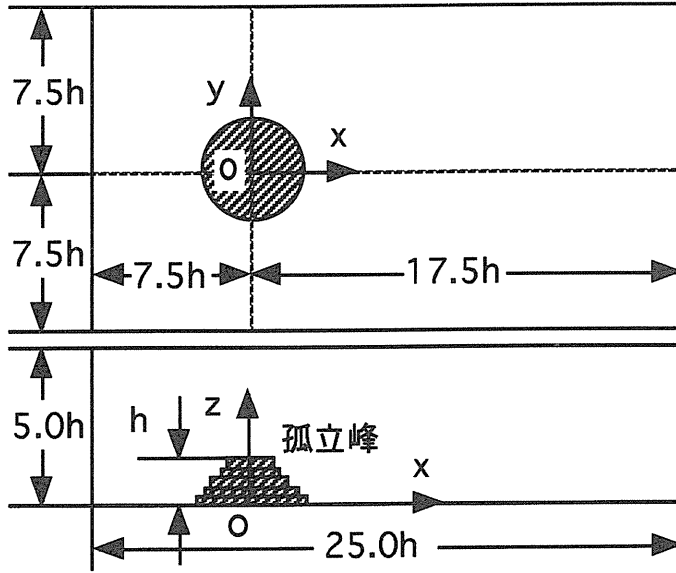


図2 単純地形モデル（孤立峰）の計算領域。

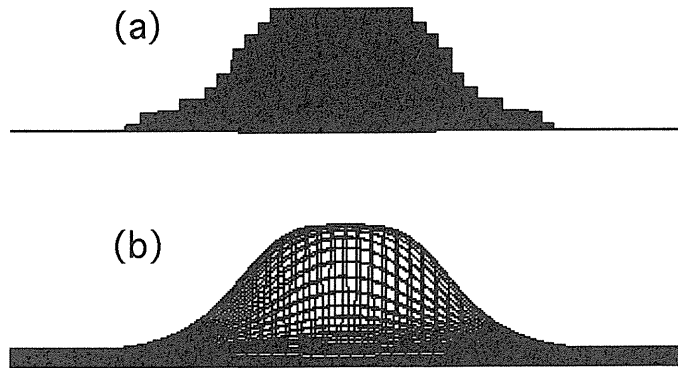


図3 物体形状 ((a)矩形格子, (b)一般曲線格子)。

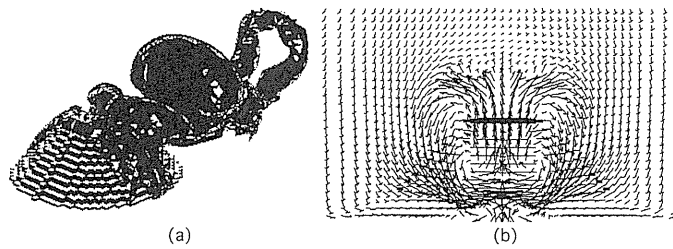


図4 矩形格子を用いた中立流の数値計算 ((a)圧力の等値面図, (b)速度ベクトル図)。(Re=1000)

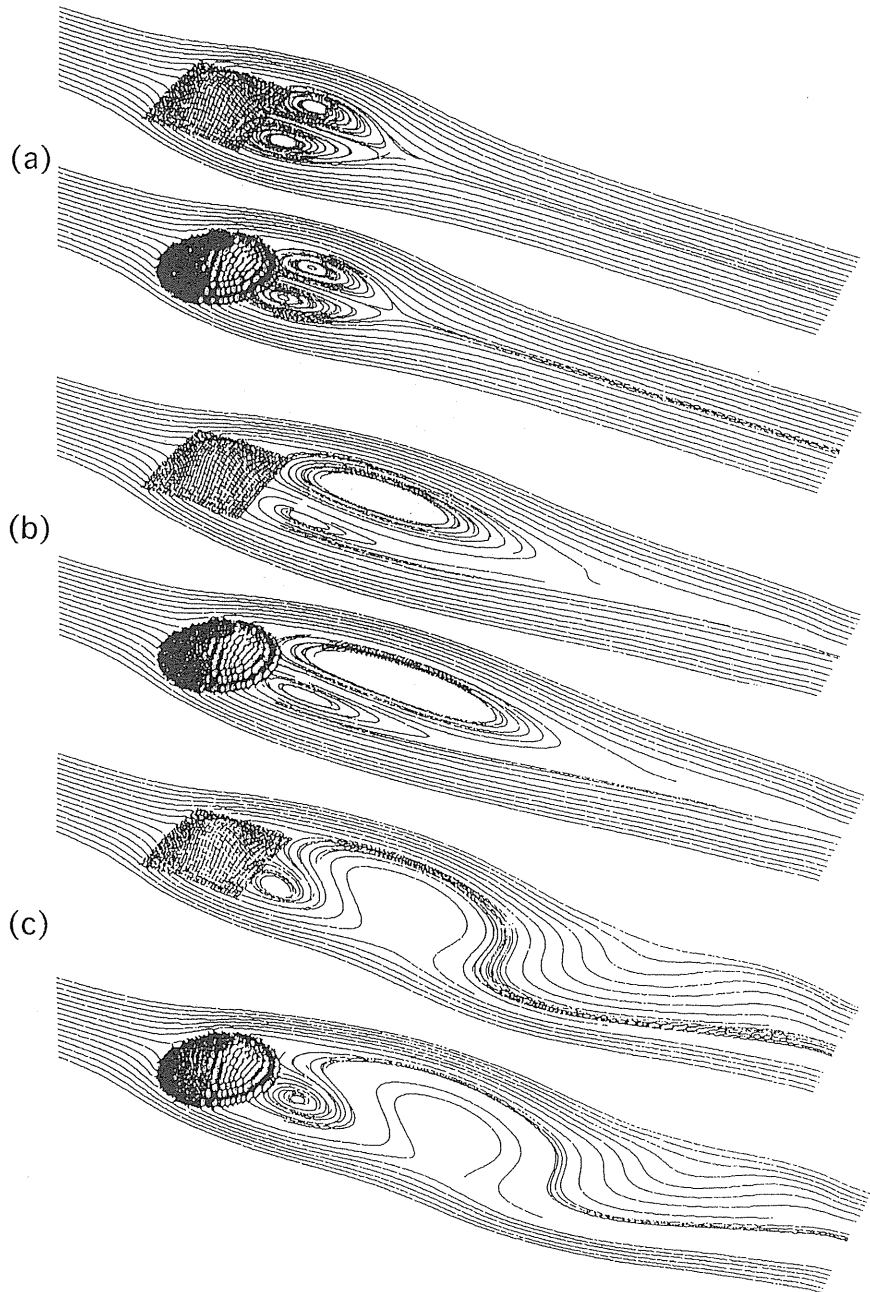


図5 流線図の時間発展 ((上) 一般曲線格子, (下) 矩形格子). ( $Re=1000$ ,  $Fr=0.2$ ,  $z=0.5h$ )

較することで行う。

図4に矩形格子を用いた中立流の計算結果を示す。(a)は圧力の等値面図であり、物体後方のアーチ渦が明確に捉えられている。また、(b)は物体後方のy-z平面内の速度ベクトル図であり、物体下流の縦渦構造が確認される。双方とも水槽実験等<sup>4)</sup>で確認されている渦構造が再現されている。

図5に安定成層流( $Fr=0.2$ )に関して物体上流( $z=0.5h$ )から粒子を飛ばしたときの軌跡として表示される流線図の時間発展を示す。時間の経過とともに物体後流の渦領域(双子渦)の不安定が生じ、カルマン渦列に似た流れ場に移行していくのが分かる。矩形格子およびBFCの計算結果とも流れ場の

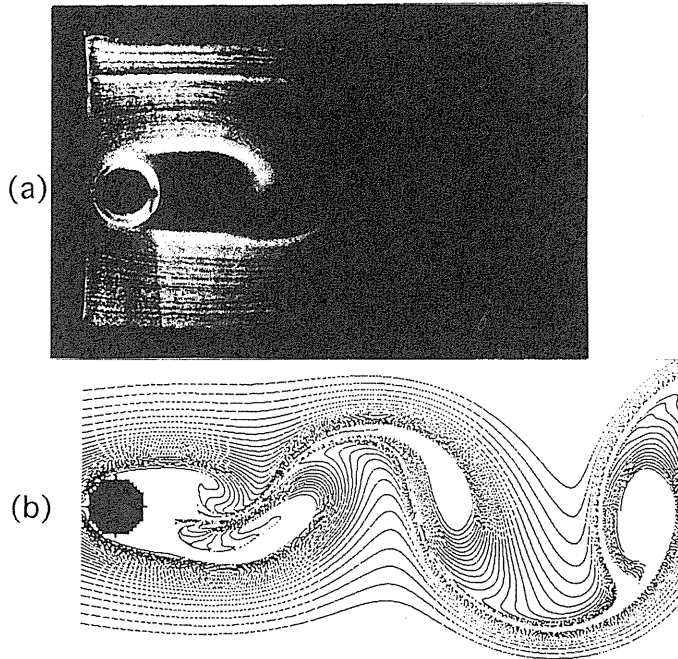


図6 流脈線図の比較 ((a)密度成層水槽による可視化実験 ( $Re=135$ ), (b)矩形格子を用いた数値計算 ( $Re=1000$ )). ( $Fr=0.2, z=0.5h$ )

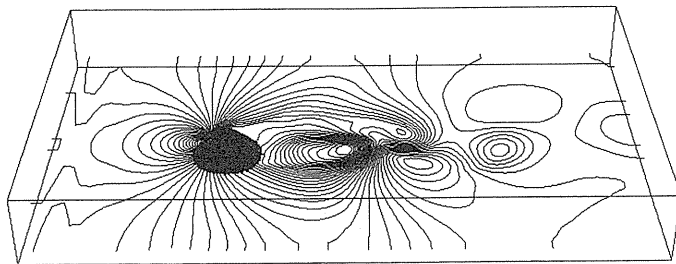


図7 圧力の等値線図 (矩形格子,  $Re=1000, Fr=0.2, z=0.5h$ ).

様子は非常に良く一致している。

図6に密度成層水槽において孤立峰モデルを曳航し、水素気泡法により安定成層流 ( $Fr=0.2$ ) を可視化した様子との比較を示す。矩形格子を用いた計算においても物体上流 ( $z=0.5h$ ) からの流脈線図を示している。双方とも周期的に渦を放出している状態であり、放出された渦の位置関係等の流れの挙動は非常に良く一致している。

図7に安定成層流 ( $Fr=0.2$ ) に関して矩形格子を用いた場合の  $x-y$  平面 (流れ方向水平断面:  $z=0.5h$ ) 内の等圧力線図を示す。物体背後で等圧力線が密であることから、強い渦が放出されて物体下流へ移流しているのが分かる。また、流出境界付近に注目すると、物体から放出された渦はその形崩さずにスムーズに流出しており、本計算での流出境界条件の妥当性を支持している。

図8-図10に安定成層流 ( $Fr=2.2$  ( $Re=1600$ ),  $1.5$  ( $Re=1000$ ),  $0.5$  ( $Re=360$ )) の3ケースに関して矩形格子を用いた計算結果, BFCを用いた計算結果および密度成層水槽による可視化実験との比較を示す。矩形格子およびBFCでの計算結果は物体上流から放出した粒子の軌跡として表示される流線

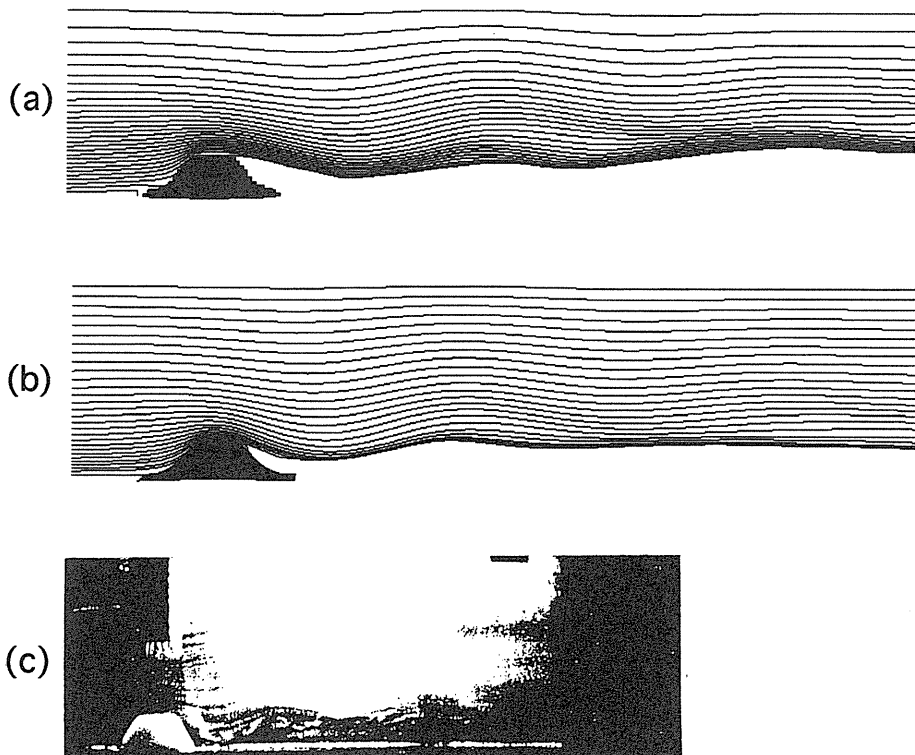


図8 流線図 (数値計算, (a)矩形格子, (b)一般曲線格子) と流脈線図 ((c)密度成層水槽による可視化実験) との比較. ( $Re=1600$ ,  $Fr=2.2$ )



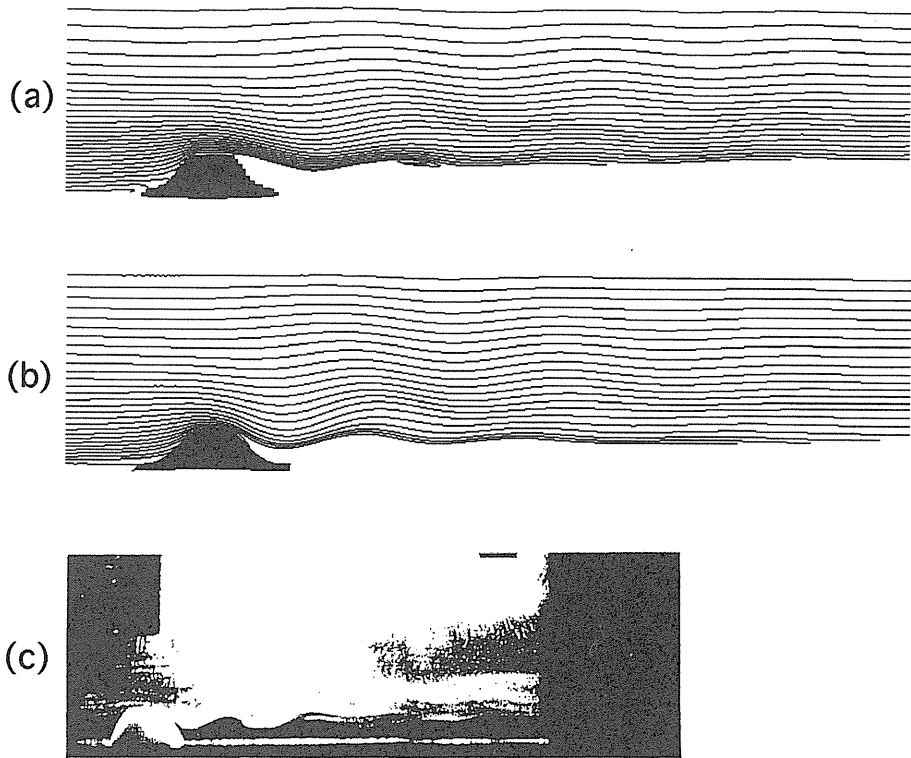


図9 流線図(数値計算, (a)矩形格子, (b)一般曲線格子)と流脈線図((c)密度成層水槽による可視化実験)との比較。(Re=1000, Fr=1.5)

図を示している。一方、密度成層水槽による可視化実験では孤立峰モデルを曳航し、水素気泡法により可視化した流脈線図を示している。定性的な流れ場の様子は非常に良く一致しているが、風下波の波長等に差異が見られる。この主な原因は可視化実験のモデル形状がかなり急峻であることによるものと思われる。また、矩形格子の計算結果では物体の角部での剥離の影響が見られる。

### 3.3 複雑地形モデルの計算

次に、本計算コードを人工的に作成した複雑地形モデルへ適用する。数値計算法等は3.2節と同様である。但し、(2)式および(3)式の時間項を2次精度後退差分とし、速度の境界条件を左右境界で滑り条件としている。計算はRe=1000のもとで中立流および安定成層流(Fr=2.2および0.2)の3ケースについて行う。無次元時間刻み $\Delta t$ は0.005である。計算領域はx軸、y軸、z軸方向に2.5 km×2.5 km×1.0 kmの空間を想定し、格子点数は101×101×51点である。但し、水平方向には等間隔(25 m)とし鉛直方向のみ不等間隔(10 m~100 m)とする。図11に計算領域および複雑地形モデルを示す。

図12に中立流および安定成層流(Fr=2.2および0.2)に関して物体上流から粒子を飛ばしたときの

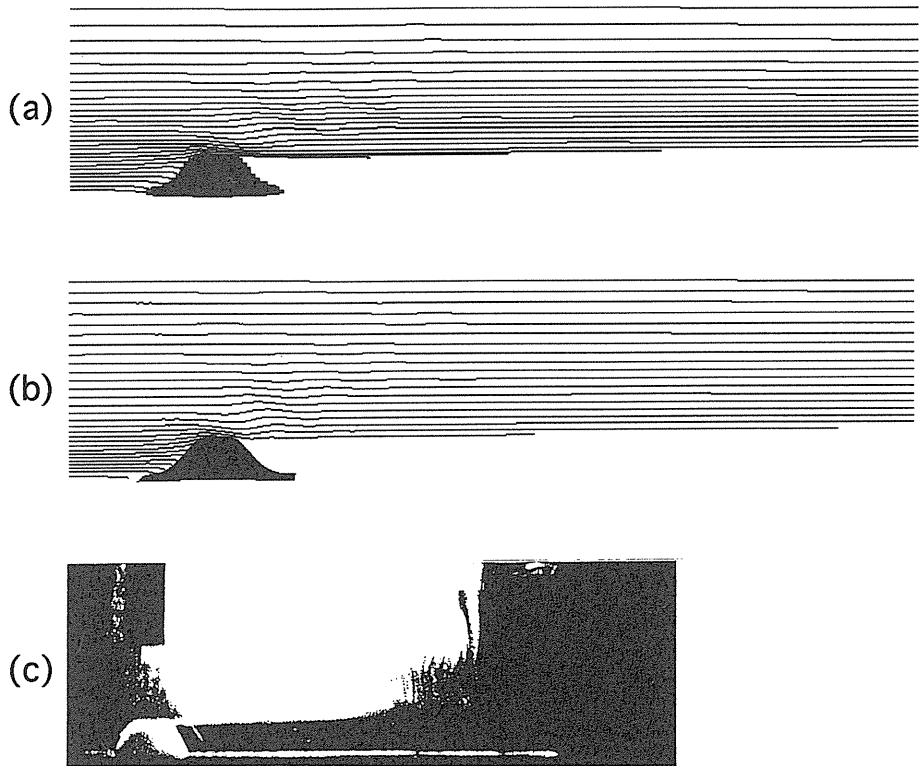


図10 流線図 (数値計算, (a)矩形格子, (b)一般曲線格子) と流脈線図 ((c)密度成層水槽による可視化実験) との比較. ( $Re=360$ ,  $Fr=0.5$ )

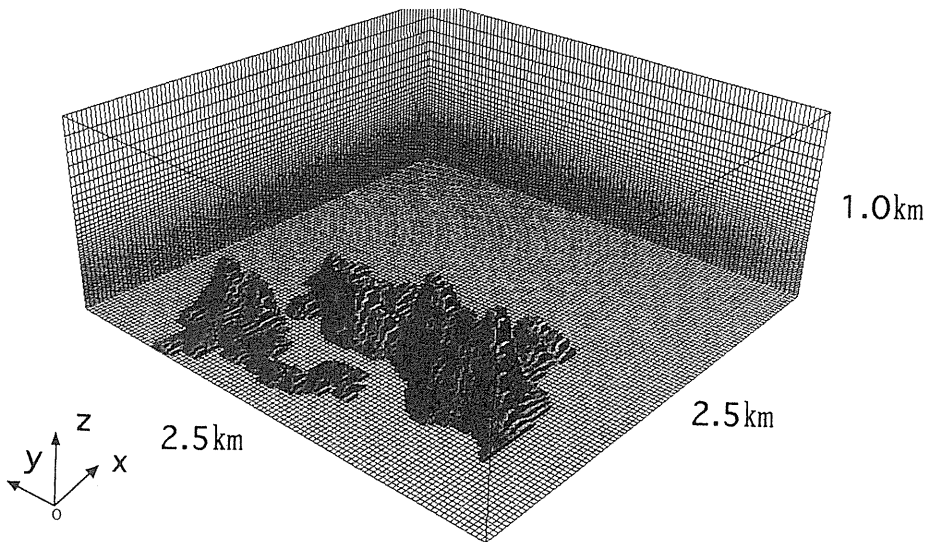


図11 複雑地形モデルの計算領域.

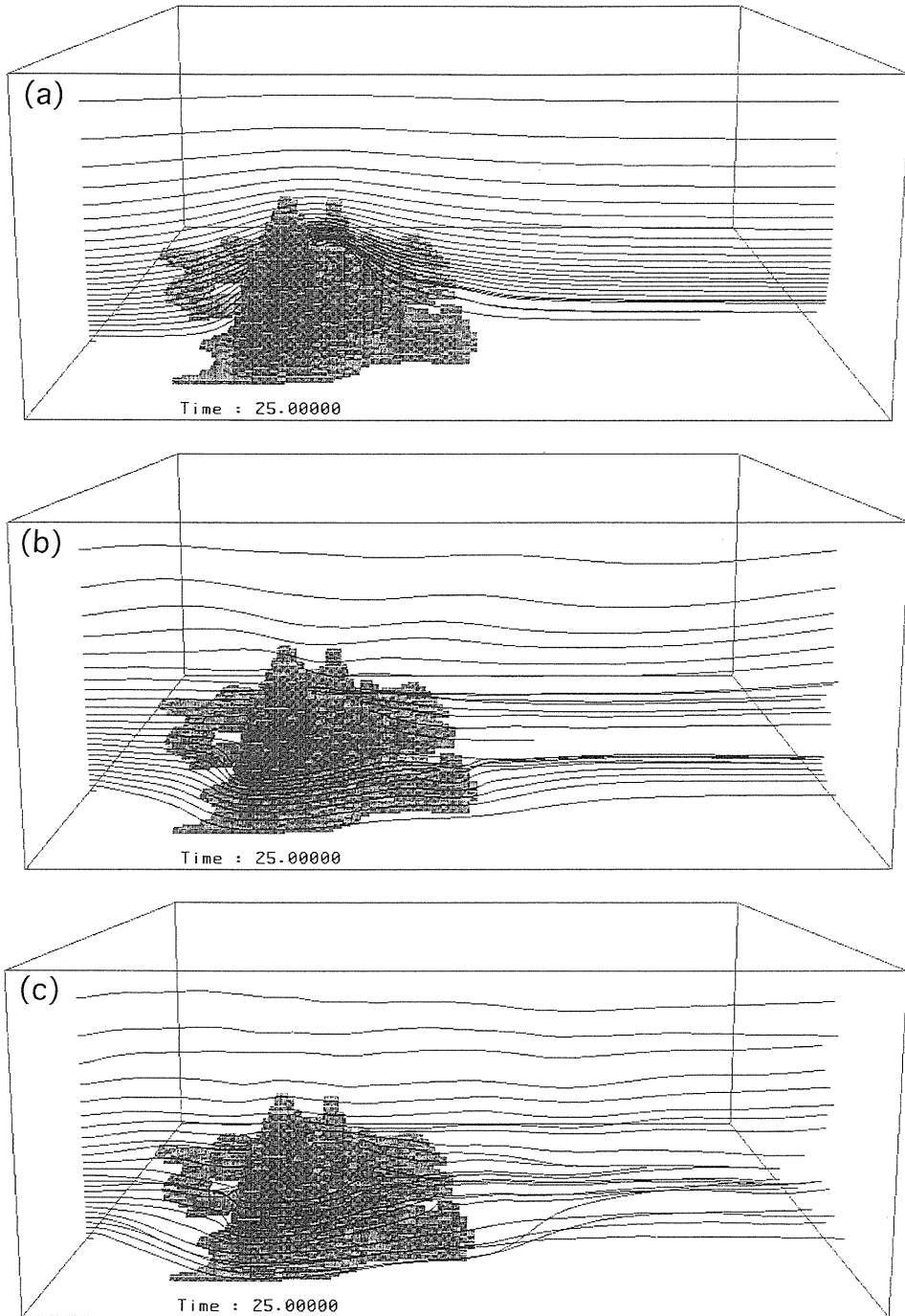


図12 流線図 ((a)中立流, (b)  $Fr=2.2$ , (c)  $Fr=0.2$ ). ( $Re=1000$ )

軌跡として表示される流線図を示す。中立流の場合には地形からの大規模な剥離は認められない。一方、安定成層流 ( $Fr=2.2$ ) の場合では成層の効果により地形下流側に振幅は非常に小さいが、風下波が励起されている。さらに、地形下層部での流体は鉛直方向の運動が抑制され、地形を乗り越えることが出来ずに地形を回り込んでいるのが分かる。安定成層流 ( $Fr=0.2$ ) の場合には全体的にほぼ水平的な流れ場となっている。その証拠に  $Fr=2.2$  の場合と比較して地形下層部のより多くの流体が地形を回り込んでいる。これらの現象は明らかに中立流の場合とは異なる安定成層流に特有の現象である。

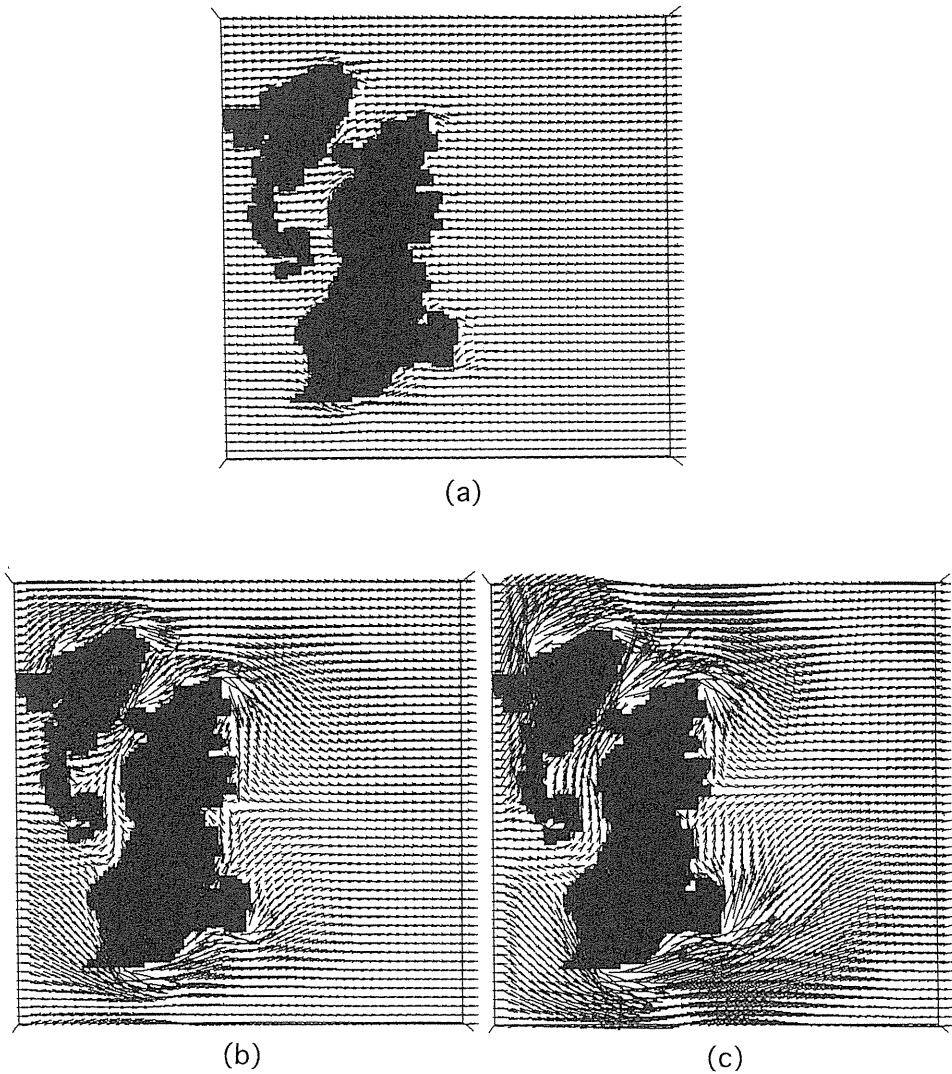


図13 速度ベクトル図 ((a)中立流, (b)  $Fr=2.2$ , (c)  $Fr=0.2$ ). ( $Re=1000$ ,  $z=38.7m$  ( $k=5$ ))

図13に  $z=38.7\text{ m}$  ( $k=5$ ) における  $x$ - $y$  平面 (流れ方向水平断面) 内の速度ベクトル図を示す。中立流の場合には図12に対応して地形からの大規模な剝離は認められない。一方、安定成層流 ( $Fr=2.2$  および  $0.2$ ) の場合には非常に興味深い流れ場が捉えられている。双方とも地形を回り込む辺りで流速が増加しているのが分かる。さらに、地形と地形の谷間でも非常に強い流速の増加が認められる。これらの現象は、より強く安定成層した  $Fr=0.2$  の方がその傾向が強いと言える。また、双方とも水平面内の流れが卓越するために地形の後方まで強く流れが回り込んでいるのが分かる。

#### 4. 不等間隔・スタッガード格子を用いた計算

##### 4.1 数値計算法

3節と同様に(1)-(3)式に  $x=x(\xi)$  等の座標変換を導入する。(2)式の時間積分法は移流項に Adams-Bashforth 法 (2次陽的), 粘性項に Crank-Nicholson 法 (2次陰的), 圧力項に1次の Euler 陰解法, 浮力項に1次の Euler 陽解法を組み合わせた Fractional-Step 法である。(3)式の時間積分法は1次の Euler 陽解法である。空間項の離散化は(2)式および(3)式の移流項に関しては梶島による4次精度中心差分に4階微分粘性項 (本計算では K-K スキームタイプ) を付加した修正3次精度風上差分<sup>9)</sup>, 残りの全ての空間項は2次精度中心差分で近似する。なお, 4変数(速度の3成分とスカラーポテンシャル)は各タイムステップごとに SOR 法により反復計算される。

##### 4.2 単純地形モデル (孤立峰) の計算

計算領域および境界条件等は3節と同様である。計算格子は  $x$  軸,  $y$  軸,  $z$  軸方向に各々  $71 \times 61 \times 31$  点である (なお, 図14の計算結果は全て同じ格子点数である)。計算は  $Re=1000$  のもとで安定成層流 ( $Fr=1.5$ ) について行う。無次元時刻  $\Delta t$  は  $0.01$  である。計算結果の評価は不等間隔・レギュラー格子の

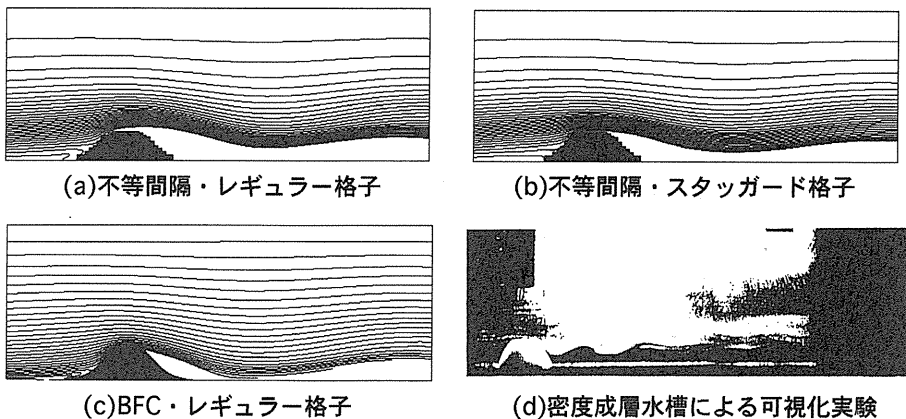


図14 時間平均された流れ場に対する流線図 (数値計算, (a)-(c)) と流脈線図 ((d)密度成層水槽による可視化実験) との比較. ( $Re=1000$ ,  $Fr=1.5$ )

計算結果, 多方向差分法を施した BFC・レギュラー格子の計算結果および密度成層水槽による可視化実験と比較することで行う。

図 14 に物体上流から粒子を飛ばしたときの軌跡として表示される流線図(数値計算, (a)–(c)) および流脈線図(密度成層水槽による可視化実験, (d)) を示す(但し, 数値計算では無次元時間  $t=50$  から 60 まで時間平均された流れ場に対する可視化である)。数値計算((a)–(c)) および密度成層水槽による可視化実験(d)を比較すると, 3 節と同様に定性的な流れ場の様子は非常に良く一致しているが, 可視化実験で用いたモデル形状が急峻であるために風下波の波長等に差異が見られる。一方, 数値計算どうしを比較すると, 不等間隔・レギュラー格子の計算(a)は物体上流の角部からの剥離が顕著であり, それに伴い物体背後の循環領域が過大評価されている。その結果, BFC・レギュラー格子の計算(c)と比較して風下波の波長が若干長く評価されている。一方, 不等間隔・スタaggerド格子の計算(b)は物体上流の角部からの剥離は抑制されて物体背後の循環領域も小さく, BFC・レギュラー格子の計算(c)と比較して風下波の波長等は非常に良く一致している。

## 5. 結 び

デカルト座標系のもとで, 矩形格子近似法で表現した複雑地形を過ぎる安定成層流の有効な計算コードを開発した。本研究で明らかになったこと, および今後の課題を以下に要約する。

◎不等間隔・レギュラー格子を用いた計算コードにより, 孤立峰を対象とした中立流および安定成層流 ( $Fr=2.2, 1.5, 0.5, 0.2$ ) の計算を行なった。得られた計算結果は多方向差分法を施した BFC・レギュラー格子の計算結果および密度成層水槽による可視化実験と比較した。大域的な流れの挙動は非常に良く一致しており, 本計算コードの有効性が確認された。なお, 多方向差分法を施した BFC での実計算時間は各ケースとも矩形格子の約 10 倍を要した(注: 多方向差分法を施さない場合については約 5~6 倍の時間を要する)。さらに, 本計算コードを人工的に作成した複雑地形モデルに適用し, 安定成層流に特有の現象を捉えることが出来た。

◎不等間隔・スタaggerド格子を用いた計算コードにより, 孤立峰を対象に安定成層流 ( $Fr=1.5$ ) の計算を行なった。計算結果は解の空間的振動が避けられ, かつ多方向差分法を施した BFC・レギュラー格子の計算結果および密度成層水槽による可視化実験とより良い一致を示し, 不等間隔・レギュラー格子の計算結果と比較して改善が見られた。

◎今後は, 乱流モデル (LES) や地面上の境界条件等をさらに検討するとともに, 実際の複雑地形を対象とした数値計算を行なうことが課題である。

## 参 考 文 献

1) Snyder, W. H. : 1985 “Fluid Modeling of Pollutant and Diffusion in Stably Stratified Flows

- over Complex Terrain”, Ann. Rev. Fluid. Mech. 17, 239-266.
- 2) Suzuki, M. and Kuwahara, K. : 1989 “Stratified Flow past a Bell-Shaped Hill”, AIAA 89-1824.
  - 3) 橋口真宜, 桑原邦郎 : 1995 “3次元物体まわりの流れの数値計算”, 第9回数値流体力学シンポジウム講演論文集, 451-452.
  - 4) 泉耕二 : 1977 “孤立峰まわりの流れに関する実験”, 筑波大学水理実験センター No. 1, 33-40.
  - 5) 梶島岳夫 : 1994 “非圧縮流れのための上流補間法”, 日本機械学会論文集 (B編) 60巻 578号, 3319-3326.

(平成9年6月30日 受理)

